

Matemáticas I – Examen final

(Parte 1)

16 de enero de 2017

Apellidos: _____ Nombre: _____

- Resuelve las siguientes cuestiones en el espacio reservado para ello.
- Las cuentas las debéis hacer en papel en sucio. Aquí debéis escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado.
- Las cuestiones se deben resolver sin utilizar procedimientos algebraicos (ecuaciones).
- No se puede usar calculadora. Tiempo: 1 h 15 minutos.
- Puntuación: El valor de cada pregunta es de 0,5 puntos sobre los 10 del examen completo.

1. Calcula el resultado de esta resta, haciendo los reagrupamientos necesarios en el minuendo, y explicando con detalle su significado.

$$\begin{array}{r}
 3 \overset{4}{\cancel{3}} \overset{7}{\cancel{0}} \overset{7}{\cancel{7}} \\
 - 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ (5) \\
 \hline
 2 \ 1 \ 1 \ 3 \ (5)
 \end{array}$$

Como no se pueden restar las unidades, necesitamos pasar un grupo de 5 a la posición de las unidades.

Como no hay grupos de 5, necesitamos coger 1 grupo de 5^2 y pasarlo como 5 grupos de 5. Ahora ya podemos pasar 1 grupo de 5 como 5 unidades y terminar la resta.

2. Explica cómo se puede calcular el resto que se obtiene al dividir entre 6 el número $524314_{(6)}$. Debes justificar el procedimiento.

$$524314_{(6)} = \underbrace{5 \times 6^5 + 2 \times 6^4 + 4 \times 6^3 + 3 \times 6^2 + 1 \times 6 + 4}_{\text{múltiplo de 6}}$$

Por tanto, el resto es 4

3. Encuentra todos los números primos mayores que 150 y menores que 190.

Mediante la criba de Eratóstenes.

Tachamos los múltiplos de 2, 3, 5, 7, 11 y 13

No hace falta el 17, ya que $\sqrt{190} < 15$

Solución: 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181

4. Escribe todas las formas distintas en que se pueden factorizar los números que tienen 12 divisores.
¿Cuál es el número más pequeño que tiene 12 divisores?

$$p^{11}, p^5 \times q, p^3 \times q^2, p^2 \times q \times r$$

donde p, q y r son números primos distintos

Probando, vemos que $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

es el número primo más pequeño con 12 divisores

5. Expresa en forma de fracción $1,0\overline{79}$. Debes explicar el procedimiento utilizado, y no es necesario que la fracción sea irreducible.

$$x = 1,0797979 \dots$$

(1) $\times 10$ para hacerlo periódico puro

$$10x = 10,797979 \dots$$

(2) $\times 100$ para conseguir otro número con la misma parte decimal

$$1000x = 1079,7979$$

Restando (abajo - arriba): $990x = 1069$

$$x = \frac{1069}{990}$$

6. ¿Cuál de estas dos fracciones es mayor? $\frac{1097}{3300}$ y $\frac{3997}{12000}$.

No puedes obtener la expresión decimal, ni reducir a común denominador. Y debes explicar tu razonamiento.

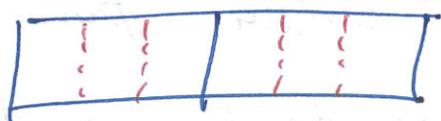
$$\frac{1100}{3300} = \frac{1}{3} \quad \text{Por tanto,} \quad \frac{1097}{3300} = \frac{1}{3} - \frac{3}{3300}$$

$$\text{De forma similar,} \quad \frac{3997}{12000} = \frac{1}{3} - \frac{3}{12000}$$

$\frac{3}{12000} < \frac{3}{3300}$ (ya que tomamos 3 trozos, y los de la primera fracción son menores). Por tanto,

7. Explica, ayudándote de un dibujo, por qué $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times 3 = 6$.

$2 \div \frac{1}{3}$ significa "cuántas veces cabe $\frac{1}{3}$ en 2"



2 unidades

En cada unidad, 3 veces $\frac{1}{3}$

Por tanto,

$$2 \div \frac{1}{3} = 2 \times 3 = 6$$

8. Debido a las bajas temperaturas, el consumo de combustible de la calefacción de un edificio ha aumentado en un 25%. ¿En qué porcentaje ha disminuido la duración prevista del depósito de combustible? Para resolver este problema no se puede usar la regla de tres.

Si multiplicamos el consumo por el tiempo obtenemos la cantidad total de combustible. Por tanto, consumo y tiempo son magnitudes inversamente proporcionales: $C \times T = \text{Volumen total comb.}$

Si C aumenta 25%, $C \rightarrow 1,25 \times C$

Por tanto, $T \rightarrow \frac{T}{1,25} = 0,8 \times T$

Es decir, T se reduce un 20%

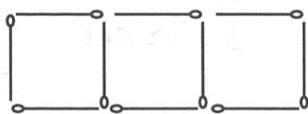
9. Un pintor tarda 4 horas en pintar una valla, y otro pintor que tiene un equipo más pequeño tarda 6 horas en pintar la misma valla. Si trabajan los dos juntos, ¿cuánto tardarían en pintar esa valla? Explica tu razonamiento.

El primer pintor pinta $\frac{1}{4}$ de la valla en 1 hora
El segundo pintor pinta $\frac{1}{6}$ " " " "
Entre los dos pintan $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ de la valla en 1 hora.

Por tanto, tardan $1 \div \frac{5}{12} = \frac{12}{5} = 2h 24min$ en pintar la valla



10. Queremos hacer una construcción como la de la figura, pero con un total de 50 cuadrados. ¿Cuántas cerillas necesitaremos? Explica tu razonamiento.



Después de la 1ª cerilla, para completar cada cuadrado necesitamos tres cerillas nuevas.

Por tanto, habrá $1 + 50 \times 3 = 151$ cerillas