

Tema 2-2: Los números decimales

- * Números decimales con expresión finita: fracciones decimales.

Una **fracción decimal** es una fracción que es equivalente a otra **cuyo denominador es una potencia de 10**.

- * Ejemplo: $3/4$ es una fracción decimal porque es equivalente a $75/100$.

- * En 1585 un matemático belga (Simon Stevin) propuso representar cantidades menores que la unidad dividiéndola en décimas, centésimas, milésimas, ... Por ejemplo:

$$32 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{7}{1000}$$

Números decimales

- * La expresión decimal surge de generalizar a potencias negativas de 10 la expresión conocida en base 10.

$$32 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{7}{1000} = 32,457$$

donde

$$32,457 = 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-3}$$

- * Repaso de la aritmética elemental con números decimales.
 1. Los algoritmos de suma y resta son análogos a los algoritmos para números naturales.
 2. La división: $17,3 \div 4$ $17,3 \div 0,4$
 3. La multiplicación: $7,3 \times 0,4$

Fracciones no decimales

- * ¿Cómo podemos expresar en forma decimal una fracción como $1/3$?

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} &= \frac{3}{10} + \frac{1}{30} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{1}{300} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{1}{3000}\end{aligned}$$

- * **Ejercicio:** Estudia la relación entre esto y el conocido algoritmo

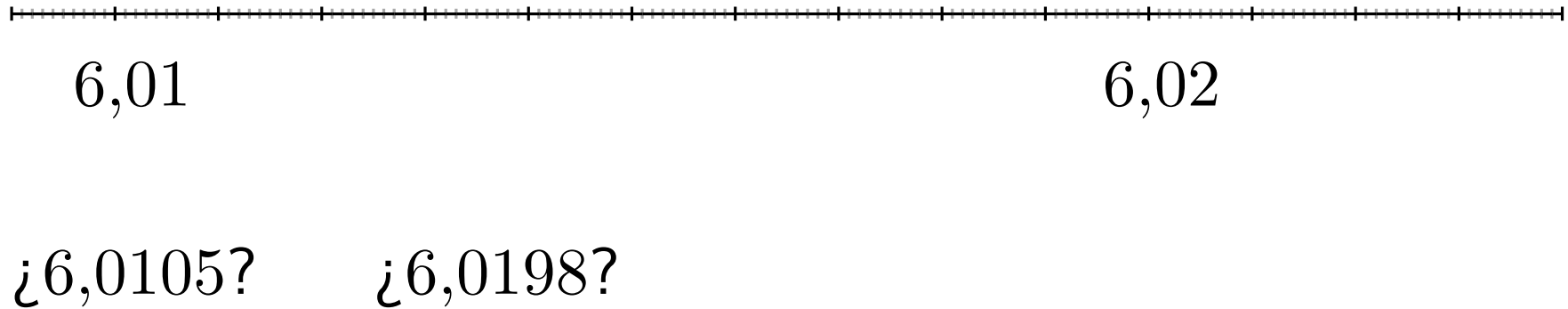
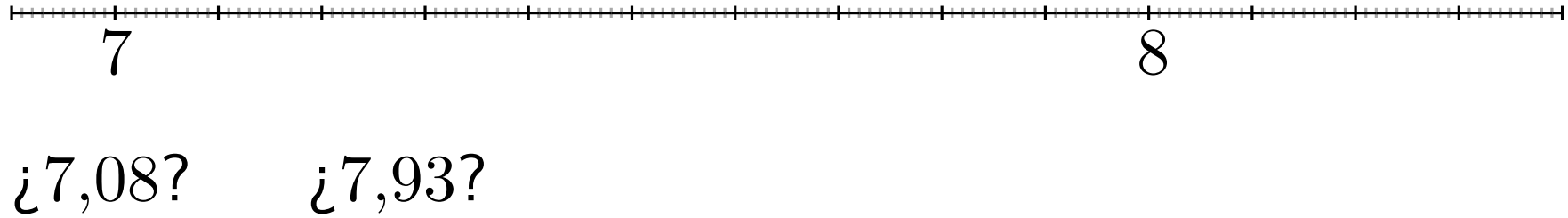
$$\begin{array}{r|l} 1 & 3 \\ 10 & \hline 100 & 0.333 \\ 1000 & \\ 10000 & \end{array}$$

* La fracción $1/3$ tiene una expresión decimal infinita (periódica): $\frac{1}{3} = 0,3333 \dots = 0,\bar{3}$

* También con números decimales el cálculo mental es instructivo. Por ejemplo:

a) $2,3 \div 0,1$ b) $4 \div 0,2$ c) $27 \times 0,01$

Los decimales en la recta numérica



Números decimales. Fracciones decimales

- * Para fracciones decimales (números decimales finitos) la conversión entre las expresiones como número racional y número decimal es inmediata.

Ejemplos:

$$\text{a) } \frac{3}{80} =$$

$$\text{b) } 2,87302 =$$

- * Se puede ver si una fracción es decimal “sin dividir”

Números racionales con expresión infinita

- * Muchos números racionales no admiten una expresión como número decimal con un número finito de decimales.

Ejemplo: $1/3$, $2/7$, $4/9$, ...

- * A la expresión $0,333\dots$ se le llama **número decimal periódico**, y se denota $0.\overline{3}$.

- * En un número decimal con expresión periódica, toda la parte decimal puede ser periódica

$$0.\overline{376} = 0,376376376\dots \quad \text{decimal periódico puro}$$

o no

$$0,405\overline{376} = 0,405376376376\dots \quad \text{decimal periódico mixto}$$

Expresión decimal de números racionales

* **Teorema:** La expresión decimal de cualquier número racional es, o bien finita, o bien periódica (pura o mixta).

* Ejemplos:

$$\frac{1}{6} = 0,16 \quad \frac{1}{7} = 0,\overline{142857} \quad \frac{2}{17} = 0,\overline{1176470588235294}$$

* Expresión de un decimal periódico en forma de fracción: **fracción generatriz.**

* Ejercicio: expresar en forma de fracción

a) $2,\overline{375}$

b) $2,\overline{375}$

Observaciones finales

- * La expresión decimal de un número **no es única**.
 - a) $0,23 = 0,23000$
 - b) $1 = 0,9999 \dots = 0.\bar{9}$
 - c) $0,23 = 0,22\bar{9}$
- * El conjunto de números decimales mayores que cero y menores que uno **no se puede poner en una lista**. (Es no numerable).