

Matemáticas I

17 de octubre de 2019

Importante

- No se puede usar calculadora.
 - Contesta las cuestiones en el espacio reservado para ello. Las cuentas las debéis hacer en papel en sucio. Aquí debéis escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, **el razonamiento utilizado**.
 - No se pueden usar métodos algebraicos (ecuaciones).
 - Las preguntas 7 y 9 valen 1.5 puntos. El resto, 1 punto cada una.
-

1. Escribe el número 2584 en base 5, haciendo primero los grupos del mayor tamaño posible

Calculamos las potencias de 5: $5^2 = 25$, $5^3 = 125$, $5^4 = 625$, $5^5 > 3000$. Por tanto, 2584 no tiene ningún grupo de 5^5 . Para ver cuántos grupos de 5^4 tiene, hacemos la división y obtenemos que $2584 = 4 \times 5^4 + 84$. Ahora, $84 = 3 \times 5^2 + 9 = 3 \times 5^2 + 5 + 4$. Por tanto, hemos visto que

$$2584 = 4 \times 5^4 + 0 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 1 \times 5 + 4,$$

de donde se deduce que la expresión de 2584 en base 5 es $40314_{(5)}$.

2. Explica cómo cambian el cociente y el resto de la división $28 \div 5$ cuando el dividendo y el divisor se multiplican por 100. Explica con detalle el porqué, y las propiedades que utilizas.

Sabemos que

$$28 = 5 \times 5 + 3.$$

Multiplicando esta igualdad por 100, obtenemos

$$28 \times 100 = (5 \times 5 + 3) \times 100.$$

Aplicando la propiedad distributiva en la parte derecha de la igualdad, tenemos

$$28 \times 100 = (5 \times 5) \times 100 + 3 \times 100. \tag{1}$$

Finalmente, la propiedad asociativa permite escribir $(5 \times 5) \times 100 = 5 \times (5 \times 100)$, con lo que la expresión (1) nos queda

$$2800 = 5 \times 500 + 300,$$

es decir, el cociente no cambia (sigue siendo 5), pero el resto se multiplica por 100.

3. Calcula la siguiente resta en base 12, haciendo los reagrupamientos necesarios en el minuendo y explicando con detalle por qué los haces y cómo funcionan.

$$\begin{array}{r} 9 \ 7 \ 0 \ 3_{(12)} \\ - 5 \ B \ 9 \ B_{(12)} \\ \hline \end{array}$$

El procedimiento está explicado con todo detalle en la solución del Ejercicio 2.3 (p. 95) de los apuntes,

<http://www3.uah.es/pramos/docencia/Mat-I/2018-2019/Teoria/Matematicas-I-Pedro-Ramos.pdf>

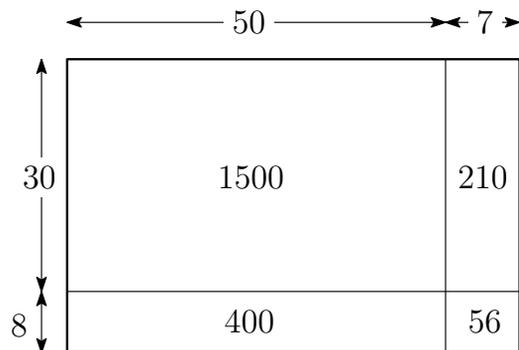
La única diferencia es que, en este caso, no tenemos grupos de 12 para desagruparlos en el primer paso y debemos, primero, desagrupar un grupo de 12^2 (en 12 grupos de 12), para poder continuar.

4. Usando el modelo de área, explica cómo podrías calcular la multiplicación 57×38 sin necesidad de conocer el algoritmo tradicional.

Descomponemos $57 = 50 + 7$ y $38 = 30 + 8$.

Al representar la multiplicación como un rectángulo (modelo de área), el total queda dividido en cuatro rectángulos. La suma de las áreas de estos rectángulos nos da el resultado buscado:

$$\begin{aligned} 57 \times 38 &= (50 + 7) \times (30 + 8) \\ &= 1500 + 400 + 210 + 56 = 2166 \end{aligned}$$



5. Sabemos que el resto de dividir N entre 46 es 39. ¿Cómo puedes saber cuál es el resto de N al dividirlo entre 23? Debes usar un razonamiento que sea válido para cualquier número N .

Sabemos que $N = c \times 46 + 39$, es decir, que N son un cierto número de grupos de 46 (que llamamos c , el cociente), y sobran 39. Como $46 = 2 \times 23$, se tiene que

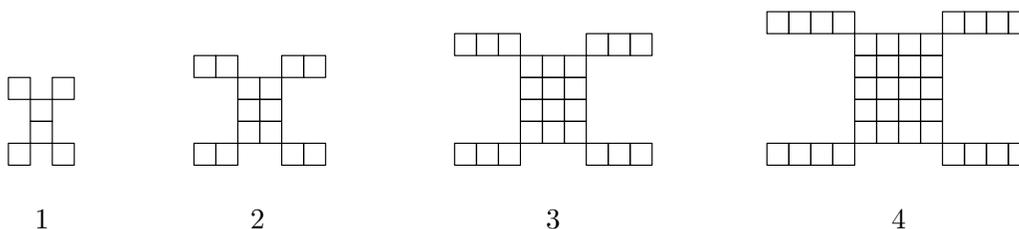
$$N = 2c \times 23 + 39,$$

es decir, hay el doble de grupos de 23. Pero como $39 > 23$, podemos hacer otro grupo y queda

$$N = (2c + 1) \times 23 + 16.$$

Por tanto, el resto pedido es 16.

6. ¿Cuántos cuadrados tiene la figura n de la serie de la imagen? Explica tu razonamiento.



La figura tiene 4 “brazos” con n cuadrados cada uno, en total $4n$.

El rectángulo central tiene dimensiones $n \times (n + 1)$. Por tanto, la figura n tiene, en total, $n(n + 1) + 4n = n^2 + 5n$ cuadrados.

7. Encuentra todos los números menores que 100 que tienen 12 divisores.

Para que un número tenga 12 divisores su factorización debe ser de uno de estos tipos (p , q y r deben ser números primos distintos):

- a) p^{11} b) $p^5 \times q$ c) $p^3 \times q^2$ d) $p^2 \times q \times r$

De a) no obtenemos ningún número menor que 100 ($2^{11} > 1000$).

De b), obtenemos uno: $2^5 \times 3 = 96$.

De c) obtenemos otro: $2^3 \times 3^2 = 72$.

De d) obtenemos tres: $2^2 \times 3 \times 5 = 60$, $2^2 \times 3 \times 7 = 84$, $3^2 \times 2 \times 5 = 90$.

8. Sabiendo que $1176 = 2^3 \times 3 \times 7^2$,

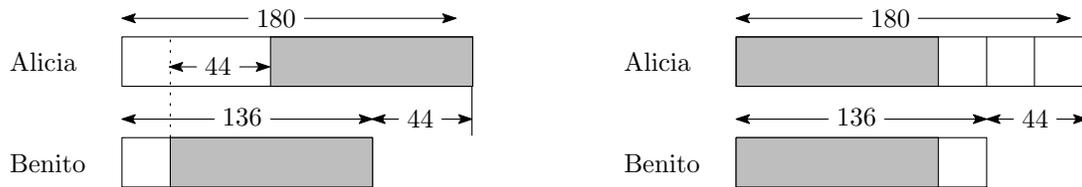
(a) Encuentra todos los divisores impares de 1176.

(b) ¿Existe algún divisor de 1176 que sea divisible entre 9? Razona tu respuesta.

a) Los divisores de 1176 se obtienen combinando los factores primos de su descomposición. Los divisores serán impares cuando no contengan ningún 2. Por tanto, habrá un total de 6 divisores impares: sin ningún tres o con un tres, sin ningún siete, con un siete y con dos sietes. Los divisores son: 1, 7, 49, 3, 21, 147.

b) No hay ningún divisor de 1176 que sea divisible entre 9, ya que para que el divisor sea divisible entre $9 = 3^2$ debería contener el 3^2 en su factorización. Pero esto es imposible, ya que la factorización de 1176 solo tiene un 3.

9. Alicia tiene 180 euros y su amigo Benito tiene 136 euros. Después de comprarse un abrigo cada uno, del mismo precio, Alicia tiene el triple de dinero que Benito. ¿Cuánto dinero les costó cada abrigo? Recuerda: debes resolver este problema con métodos de primaria.



Al principio, Alicia tiene 44 euros más que Benito. Esa diferencia es la misma después de comprarse los abrigos, ya que los abrigos tienen el mismo precio.

En la imagen de la izquierda hemos representado sombreado el precio de los abrigos. La situación se entiende mejor si representamos el precio de los abrigos como en la imagen de la derecha, pues en ella se aprecia mejor esta conservación de la diferencia.

Como después de comprar los abrigos Alicia tiene el triple de dinero que Benito, vemos que cada rectángulo representa 22 euros, y por tanto Benito tiene 22 euros. De aquí se deduce que el abrigo le costó $136 - 22 = 114$ euros.