Práctica 5 (30 de noviembre)

Enlace para la encuesta: http://tinyurl.com/mu3xp4m (se cerrará el domingo 29 a las 22 h).

1. (a) Si un pie son 30 cm, ¿cuántos pies cuadrados hay en una hectárea?

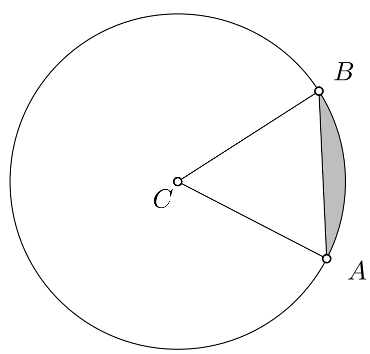
   (b) Sabiendo que una milla son 1609.34 m, ¿cuál es la superficie de España en millas cuadradas?

2. En este archivo circulo-Singapur-6.pdf (del libro de 6º de Singapur) tienes una secuencia didáctica de problemas sobre el área del círculo. Revisa los problemas, fijándote en cómo la dificultad aumenta progresivamente. Resuelve el 8 (pag. 38) y el 2 de los de ampliación (pag. 46). Pon especial cuidado en explicar la solución.

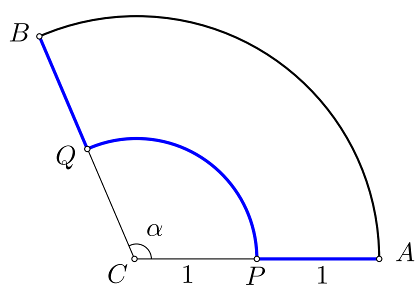
3. © Tenemos un árbol de tronco circular y de perímetro 3 metros, y nos dan una cuerda de longitud 4 metros. Si la colocamos alrededor del árbol, y siempre a la misma distancia, ¿a qué distancia queda del tronco?

   Supongamos ahora que una cuerda de $40 \cdot 10^6$ m se pudiera ajustar de forma exacta al ecuador terrestre, como un cinturón. Si ahora me dieran una cuerda 1 m más larga, y la pudiera colocar alrededor de la tierra (y siempre a la misma distancia del suelo), ¿a qué distancia del suelo quedaría?

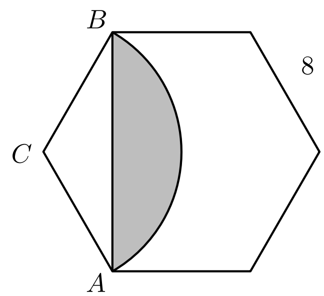
4. Un *segmento circular* es la región del plano determinada por una cuerda y el arco de circunferencia correspondiente (se puede ver un ejemplo sombreado en la figura). Calcula el área del segmento circular de la figura sabiendo que $\angle ACB = 60°$ y que $|AB| = 2$ m. Da el resultado de forma exacta, y luego aproximándolo con dos cifras decimales.



5. En la figura AB y PQ son arcos de circunferencia con centro en C. Sabemos además que $|CP| = |PA| = 1$. Calcula la medida del ángulo α si la longitud del camino para ir desde A hasta B a lo largo de la circunferencia exterior es igual a la longitud del camino pasando por P y usando el arco de circunferencia interior (en azul en la figura).



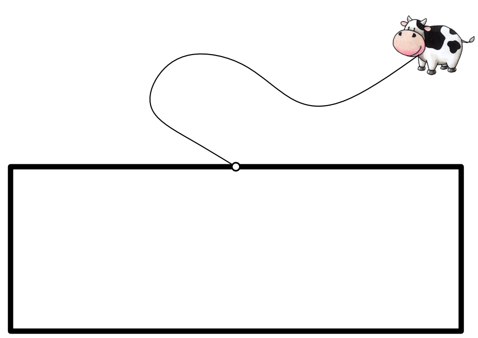
6. Sabiendo que el polígono de la figura es un hexágono regular de lado 8 y que el arco entre A y B es parte de una circunferencia con centro en C, determina el perímetro y el área de la región sombreada. (junio 2015)



7. La vaca de la figura está atada al punto medio del lado más largo de un corral en forma de rectángulo, y está en el exterior del corral. La valla del corral es un muro de piedra de 3 m de altura y los lados del rectángulo miden 6 m y 2 m, y la longitud de la cuerda es de 6 m.

   (a) Dibuja y describe la región donde la vaca puede pastar.

   (b) Calcula el área de dicha región.



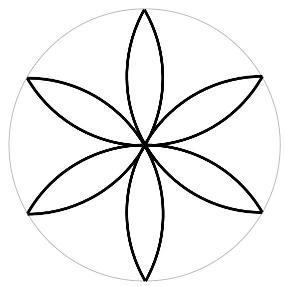
Problemas adicionales

Para que trabajéis sobre ellos más adelante. **No** hay que incluirlos en la encuesta, y **no** los corregiremos en clase.

1. ⓒ La órbita de la tierra tiene forma elíptica, pero se parece bastante a una circunferencia: en el punto más cercano, la tierra está a 147 millones de km del sol, y en el más alejado a 152. Aproximando la órbita de la tierra a una circunferencia de radio 150 millones de km, da una estimación de la velocidad de traslación de la tierra alrededor del sol, en km/h.

   $V \approx 107\,500$ km/h

2. ⓒ La flor de la figura está formada por arcos de circunferencia de radio 10 cm. Calcula su longitud total y el área de los pétalos.

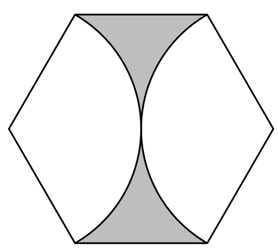
   

   $L = 40\pi$ cm, $A = 200\pi - 60\sqrt{75}$ cm$^2 \approx 108.7$ cm^2

3. ⓒ En la figura se muestra un hexágono regular de lado 20, y las curvas son arcos de circunferencia de radio 20 y con centro en los vértices.

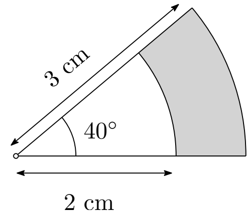
   (a) Calcula el perímetro de la región sombreada. Da la solución de forma exacta.

   (b) Calcula el área de la región sombreada. (junio 2014)

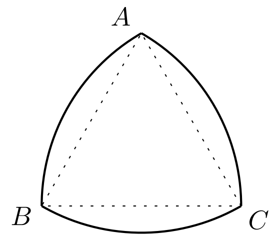
   a) $L = \dfrac{80\pi}{3} + 40 \approx 123.7$ b) $A = 600\sqrt{3} - \dfrac{800\pi}{3} \approx 201.5$

4. Calcula el área de la región sombreada en la figura. Da la solución de forma exacta.

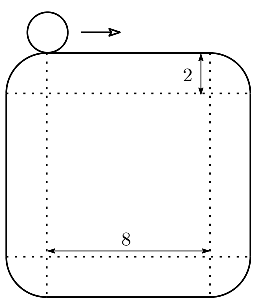
$A = \dfrac{5\pi}{9}$

5. Sabiendo que ABC es un triángulo equilátero de lado 1, y que las curvas que unen cada pareja de vértices son arcos de circunferencias con centro en el vértice opuesto, calcula el perímetro y el área de la región definida por los tres arcos de circunferencia.



$L = \pi, \quad A = \frac{1}{2}(\pi - \sqrt{3}) \approx 0.705$

6. Un cuadrado de 8 cm de lado se ha "redondeado" agregando un marco de 2 cm de ancho, y poniendo en las esquinas arcos circulares, como en la figura. Alrededor de él rueda un disco de 1 cm de radio. ¿Cuántos giros sobre sí mismo da el disco al dar una vuelta completa alrededor del marco? (junio 2013)

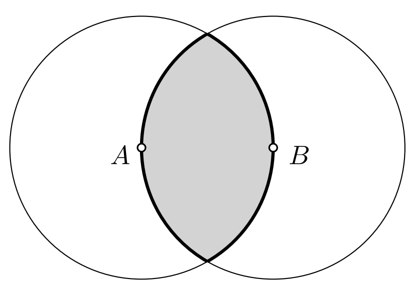


Resultado: 7.09 giros.

7. En la figura aparecen dos circunferencias con centros en los puntos A y B. Sabiendo que $|AB| = 10$:

   (a) Calcula el perímetro de la región sombreada (da la solución de forma exacta).
   $P = \dfrac{40\pi}{3}$

   (b) Calcula el área de la región sombreada. (enero 2014)
   $A \approx 122.8$



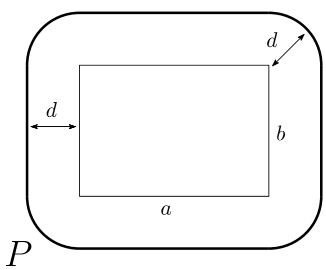
8. En una habitación con forma de triángulo equilátero de lado 6 m tenemos enchufes en las tres esquinas, y un aspirador con un cable 3 m. ¿Cuál es el área de la parte de la habitación que no se puede limpiar? Da la solución de forma exacta.

   $A = 9(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}) \approx 1.45 \text{ m}^2$

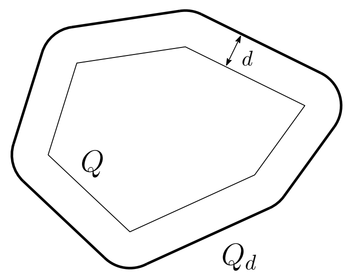
9. En la figura (a) se muestra un rectángulo de lados a y b y, con trazo más grueso, el *polígono offset* o *paralelo* a distancia d. Este polígono está formado por los puntos del exterior del rectángulo que están a distancia d del rectángulo.

   (a) Calcula el perímetro y el área de P.

   (b) El polígono paralelo se puede definir para un polígono cualquiera. En la figura (b) se muestra un polígono convexo Q y el polígono paralelo Q_d. Calcula el perímetro y el área de Q_d, en función del perímetro y el área de Q (y de la distancia d).



(a)



(b)

   Respuesta para el b). L es el perímetro.

   $L(Q_d) = L(Q) + 2\pi d \qquad A(Q_d) = A(Q) + L(Q)d + \pi d^2$

Problemas de ampliación

Para los que queráis aprender un poco más (ahora o más adelante).

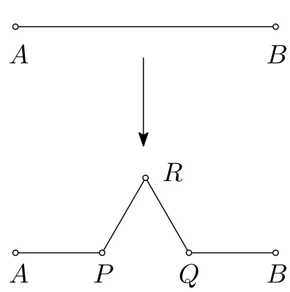
1. Dado un segmento AB, considera la operación descrita en la parte izquierda de la figura: el segmento se divide en tres partes iguales, y se sustituye el tercio medio de forma que PQR es un triángulo equilátero.

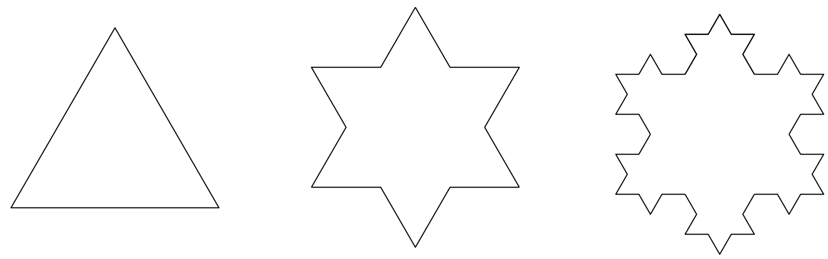
   Supongamos ahora que empezamos con un triángulo equilátero (K_0), y que hacemos esa operación en sus tres lados. Lo que obtenemos es el polígono K_1. Si volvemos a hacer esa operación en todos sus lados obtenemos el polígono K_2.

   La *curva de Koch* es el objeto que se obtiene al interar este proceso indefinidamente.

   (a) Si K_0 tiene perímetro 3, ¿cuál es el perímetro de K_1? ¿Y el de K_2?

   (b) Encuentra una expresión para el perímetro de K_n (el polígono que se obtiene después de n etapas).





K_0 K_1 K_2