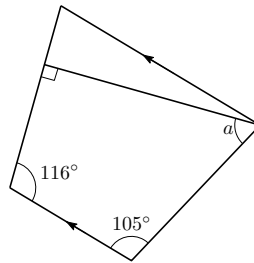


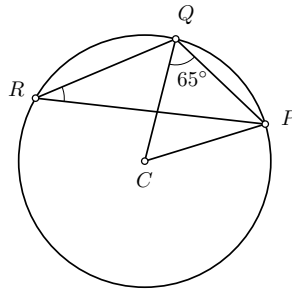
Problemas de repaso

1. Calcula la medida del ángulo a de la figura.



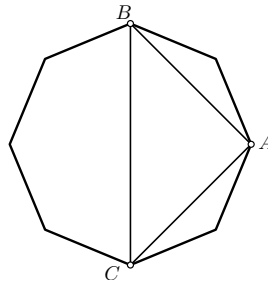
Sol: $a = 49^\circ$.

2. Sabiendo que los puntos P , Q y R están sobre una circunferencia de centro C , determina la medida del ángulo $\angle PRQ$ de la figura.

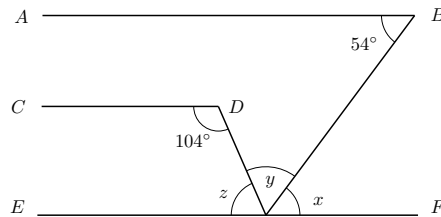


Sol: $\angle PRQ = 25^\circ$.

3. Sabiendo que el octógono de la figura es regular, demuestra que el triángulo ABC es rectángulo.

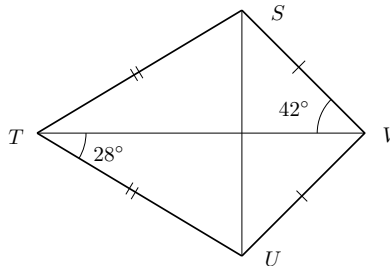


4. En la figura, las rectas AB , CD y EF son paralelas. Determina la medida de los ángulos x , y , z .



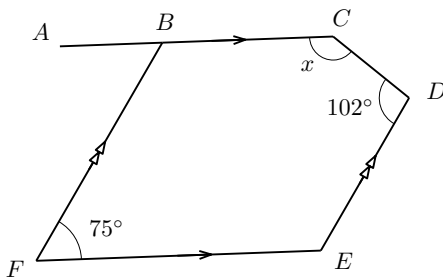
Sol: $x = 54^\circ$, $y = 50^\circ$, $z = 76^\circ$.

5. Sabiendo que el polígono de la figura es un cuadrilátero cometa, calcula la medida del ángulo $\angle VUT$.

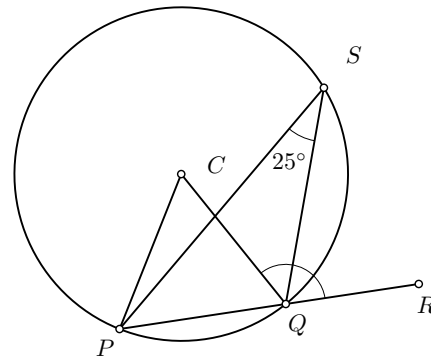


Sol: $\angle VUT = 110^\circ$,

6. a) En la figura (a), el segmento ABC es paralelo al segmento FE y el segmento FB es paralelo al segmento ED . Determina la medida del ángulo $\angle BCD$.
 b) Sabiendo que los puntos P, Q y R están alineados, que los puntos P, Q y S están en una circunferencia de centro C y que $\angle PSQ = 25^\circ$ determina la medida de $\angle RQC$.



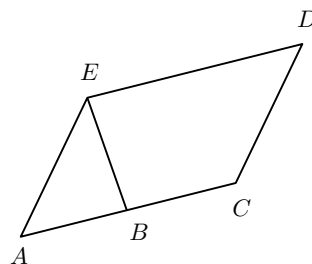
(a)



(b)

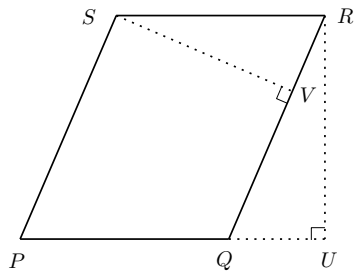
Sol: a) $x = 153^\circ$ b) $\angle RQC = 115^\circ$

7. Demuestra que en cualquier paralelogramo los lados opuestos tienen la misma longitud.
 8. Demuestra que si los segmentos AB y CD miden lo mismo y son paralelos entonces $ABCD$ es un paralelogramo.
 9. En el paralelogramo $ACDE$ de la figura, sabemos que $|AC| = 30$ y $|BC| = 17$. Calcula el área del paralelogramo sabiendo que el área del triángulo ABE es 104.

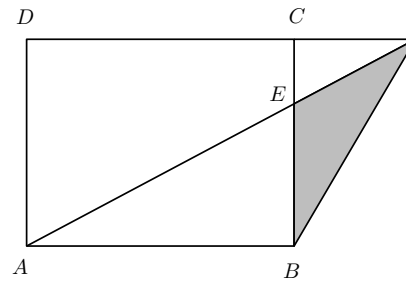


Sol: $\text{Área}(ACDE) = 480$

10. a) El cuadrilátero $PQRS$ de la figura es un paralelogramo. Si $|PQ| = 11$, $|RU| = 12$ y $|QR| = 13$, ¿cuánto mide el segmento SV ?
- b) El rectángulo $ABCD$ de la figura (b) tiene área 108 m^2 . Calcula el área del triángulo sombreado sabiendo que $|AB| = 12 \text{ m}$ y $|BE| = 6 \text{ m}$. (Este ejercicio se puede hacer de dos formas: usando los teoremas del tema 4, y sin usarlos).



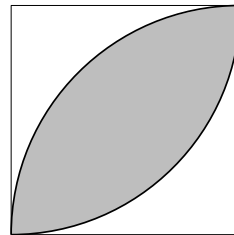
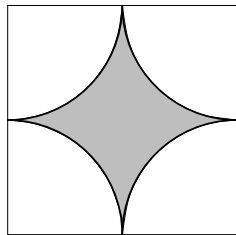
(a)



(b)

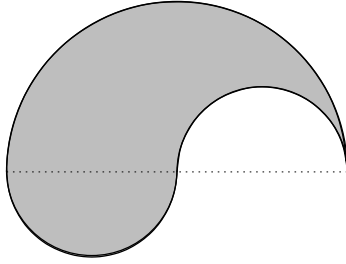
Sol: a) $|SV| = \frac{132}{13}$, b) 18 m^2

11. En la figura, los cuadrados tienen 10 cm de lado, y las curvas son arcos de circunferencias del mismo radio y con centro en los vértices del cuadrado. Calcula el perímetro y el área de las regiones sombreadas. Da la solución de forma exacta.



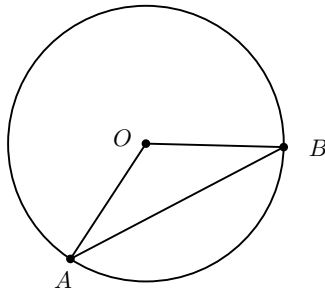
Sol: Izquierda: $P = 10\pi \text{ cm}$, $A = 100 - 25\pi \text{ cm}^2$. Derecha: $P = 10\pi \text{ cm}$, $A = 50(\pi - 2) \text{ cm}^2$.

12. El contorno de la figura está formado por tres semicircunferencias: una mayor y dos más pequeñas, iguales. Sabiendo que el perímetro de la región sombreada es de 20π ,
- a) calcula el radio de la semicircunferencia mayor.
- b) calcula el área de la región sombreada.



Sol: a) $r = 10$. b) $A = 50\pi$.

13. Sabiendo que los puntos A y B están en una circunferencia de centro O y radio 10 m, y que $\angle AOB = 120^\circ$, calcula $|AB|$.

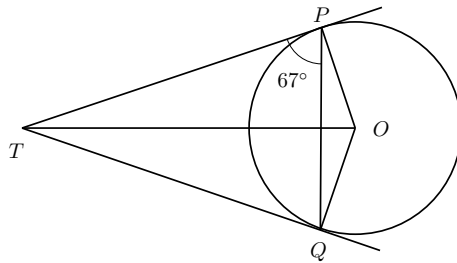


Sol: $|AB| = 2\sqrt{75}$ m.

14. En una piscina en calma colocamos una boya atada al fondo. Al día siguiente, el nivel del agua ha bajado 10 cm, y un fuerte viento ha desplazado la boya 50 cm (sigue atada al mismo punto del fondo). ¿Cuál era la profundidad de la piscina el primer día? (Para este problema se puede utilizar álgebra).

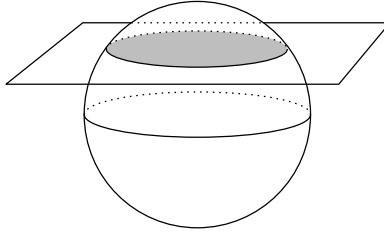
Sol: 130 cm

15. Sabiendo que TP y TQ son tangentes a la circunferencia y que $\angle TPQ = 67^\circ$, calcula la medida de $\angle PTQ$ y $\angle POT$.



Sol: $\angle PTQ = 46^\circ$ $\angle POT = 67^\circ$

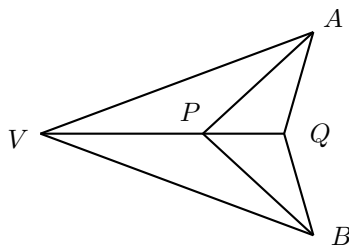
16. Una esfera de radio 10 cm se corta por un plano que está a distancia 6 cm del centro de la esfera. Calcula el área del círculo que ha producido el corte (sombreado en la figura).



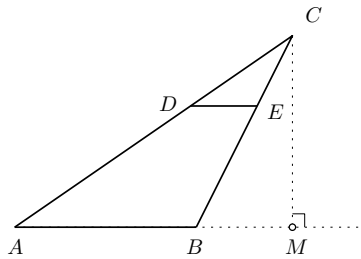
Sol: $64\pi \text{ cm}^2$.

17. En la figura, $|AV| = |BV|$ y $|AP| = |BP|$. Demuestra que:

- a) $\angle APV = \angle BPV$ b) $|AQ| = |BQ|$

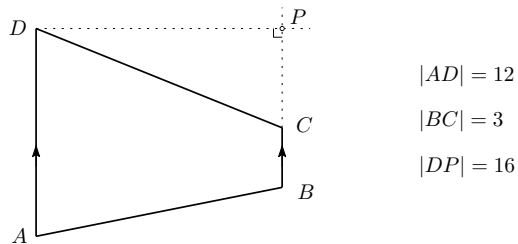


18. Sabiendo que DE y AB son paralelos, que el área del triángulo ABC es 108 m^2 , el área del triángulo DEC es 12 m^2 y $|CM| = 18 \text{ m}$, calcula la altura del triángulo DEC relativa a la base DE .



Sol: $h = 6 \text{ m}$

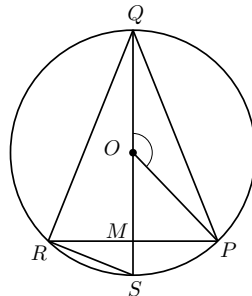
19. Calcula el área del cuadrilátero $ABCD$ de la figura.



Sol: $A = 120$

20. En la figura se muestra una circunferencia con centro en O . Sabemos que el diámetro QS corta a la cuerda PR en el punto M , que es el punto medio de la cuerda. Si $\angle POQ = 136^\circ$, calcula:
 a) $\angle PRQ$ b) $\angle RPQ$ c) $\angle RSQ$

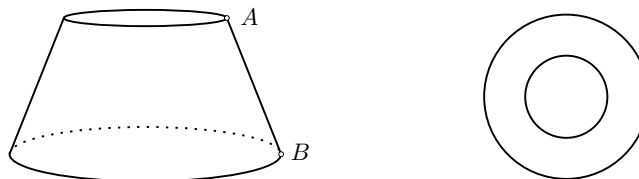
Debes justificar adecuadamente los pasos del razonamiento.



Sol: los tres miden 68° .

21. En la figura de la izquierda se muestra un tronco de cono. La figura de la derecha es la vista desde arriba, donde se ve que las bases son dos círculos (cuyos centros coinciden al verlos desde arriba) y de radios 5 cm y 10 cm. Sabemos además que $|AB| = 13$ cm. Se pide:

- a) el área lateral del tronco de cono.
 b) el volumen aproximado del tronco de cono, en litros.



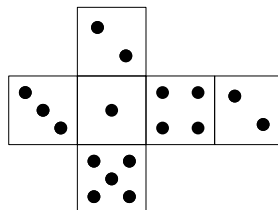
Sol: a) $A_l = 195\pi \text{ cm}^2$ b) $V \approx 2,2$ litros

22. Se tira un dado como el de la figura, y otro normal y se consideran los sucesos

$A \equiv$ “la suma obtenida es 6”

$B \equiv$ “en al menos uno de los dados sale un número par”.

- a) Calcula la probabilidad de los sucesos A y B .
 b) Calcula $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.



Sol: a) $P(A) = 1/6$, $P(B) = 3/4$. $P(A \cap B) = 1/12$, $P(A \cup B) = 5/6$.

23. Tiramos 3 monedas al aire y consideramos los sucesos:

$A \equiv$ "sale al menos 1 cara"

$B \equiv$ "sale al menos 1 cruz".

a) Calcula la probabilidad del suceso A y la del suceso B .

b) Describe los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$ y calcula sus probabilidades.

Sol: a) $P(A) = P(B) = 7/8$. b) $P(A \cap B) = 3/4$, $P(A \cup B) = 1$.

24. En una caja tenemos 6 bolas azules, numeradas del 1 al 6, y en otra caja tenemos 5 bolas rojas, numeradas del 1 al 5. Sacamos al azar una bola de cada caja y consideramos los sucesos:

$A \equiv$ "el número de la bola roja es mayor que 3"

$B \equiv$ "la suma de los dos números es menor que 7"

a) Calcula $P(A \cap B)$ y $P(A|B)$.

b) Si sacamos dos bolas azules seguidas (de la misma caja, sin reemplazamiento), ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los dos números sea menor que 6?

Sol: a) $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$, $P(A|B) = \frac{1}{5}$. b) $\frac{4}{15}$.

25. Una fábrica de enlatados produce 5000 envases diarios. La máquina A produce 3000 envases y la máquina B el resto. Sabemos que el 2% de los envases que produce la máquina A son defectuosos, y que el 4% de los que produce la máquina B son defectuosos.

a) Calcula la probabilidad de que un envase elegido al azar sea defectuoso.

b) Si el envase seleccionado es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que fuera fabricado por la máquina B ?

Sol: a) 0,028. b) $\approx 0,57$