

# Tema 1: Introducción. Primeros conceptos.

\* El papel de la geometría en las matemáticas de primaria:

★ ¿cuál es?

★ ¿cuál debería ser?

En la puerta de la [Academia de Platón](#) se podía leer  
“Que no entre aquí nadie que no sepa Geometría”

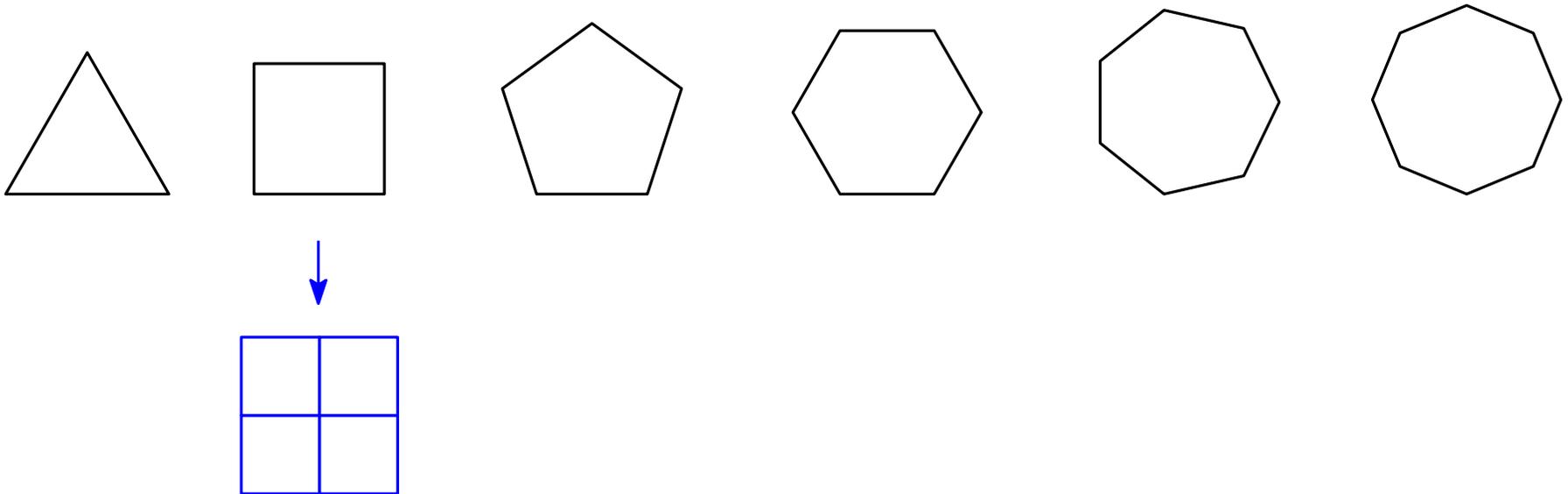


# El valor de la geometría

- \* La geometría debería ser (ya en primaria) la puerta de entrada al razonamiento lógico.
- \* Es además una herramienta de apoyo muy útil para la comprensión de otros conceptos.
- \* La gran ventaja de la geometría elemental es que su tema de estudio son objetos que se pueden “tocar” .

# Un ejemplo: mosaicos

- \* Una primera pregunta: es muy fácil recubrir el plano con cuadrados. ¿Con qué otros **polígonos regulares** se puede recubrir (**teselar**) el plano?



- \* ¿Y si consideramos más de un tipo de polígono? ¿Podemos diseñar un mosaico a base de triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares? (Los tamaños de los polígonos pueden variar)

# Magnitudes y medida

- \* El problema de “medir” está en los orígenes de las matemáticas.
- \* Una adecuada comprensión de qué significa medir es esencial para muchos temas en ciencias, tecnología ... y en la vida cotidiana.
- \* Las magnitudes cuya medida se aborda en primaria son (por orden cronológico - y de complejidad):
  - ★ Longitudes y tiempos.
  - ★ Peso y capacidad. Ángulos.
  - ★ Área.
  - ★ Volumen.

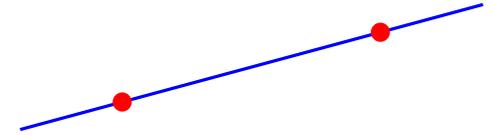
# Puntos, rectas, segmentos

- \* A lo largo de este curso insistiré en la importancia de que las definiciones sean **precisas**. Sin embargo, no podemos dar una buena definición de **qué es un punto**, o **qué es una recta**.
- \* Los puntos y las rectas son **los ladrillos de la geometría**, y sobre ellos definiremos los objetos geométricos. Los **conceptos** de punto y de línea recta no son difíciles de asimilar.

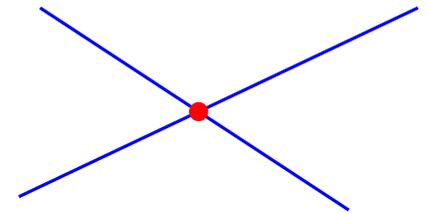
# Puntos, rectas, segmentos

\* Propiedades básicas:

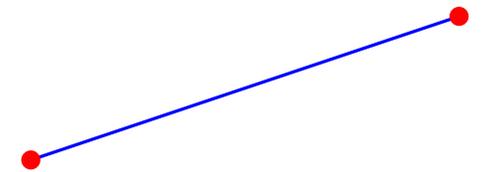
(1) Dados dos puntos distintos, existe una única línea recta que pasa por ellos.



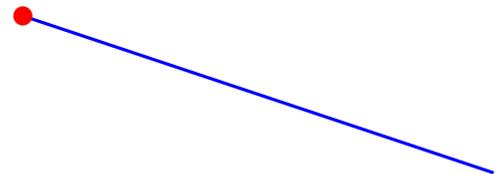
(2) Si dos rectas distintas se cortan, lo hacen en un único punto.



\* Un segmento es la parte de una recta comprendida entre dos puntos.



\* Una semirrecta es la parte de una recta a un lado de uno de sus puntos.



# Puntos, rectas, segmentos

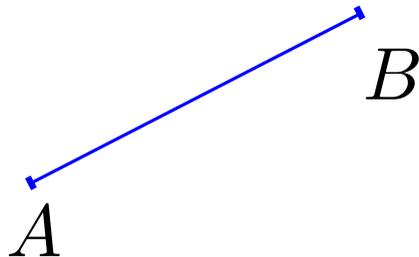
Lo usual en nuestros libros de primaria



recta

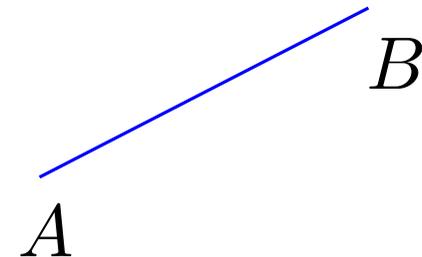


semirrecta



segmento  $AB$

En el libro de Parker



- \* El dibujo de líneas rectas con regla requiere una motricidad fina a la que hay que prestar, al principio, la atención adecuada.

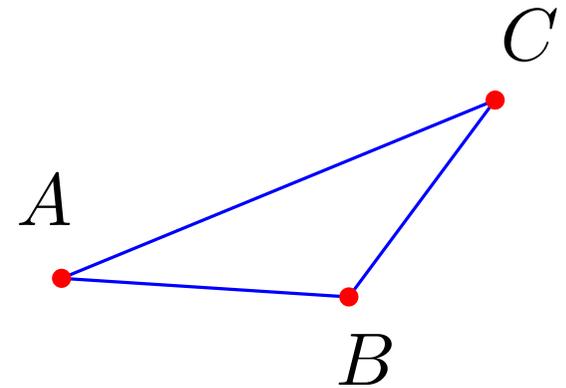
# Longitud y distancia

\* La **longitud** del segmento  $AB$  es la **distancia** entre los puntos  $A$  y  $B$ . La denotaremos  $|AB|$ .

\* Propiedad fundamental de la distancia (desigualdad triangular):

Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son tres puntos del plano, entonces  $|AC| \leq |AB| + |BC|$ .

Además, la igualdad se da si y solo si  $B$  está en el segmento  $AC$ .



# Medida de longitudes

- \* Es esencial que quede clara la idea de que **medir algo** es **comparar su tamaño** con una **unidad predeterminada**.
- \* El aprendizaje de la medida de longitudes debería empezar (en 2º curso) eligiendo unidades diversas (pie, palmo, lápiz) para comparar diferentes longitudes.

Los inconvenientes que aparecen muestran la necesidad de una unidad común, y así se introduce el metro como unidad básica de medida de longitud.

- \* Con la práctica, será también evidente la necesidad de introducir los múltiplos y submúltiplos del metro.
- \* La medida precisa de longitudes utilizando una regla es otra actividad sencilla, pero que requiere, al principio, de cierto cuidado.

# Cambios de unidades - Sistema métrico decimal

- \* El enfoque “usual”:



Y para moverse hacia la izquierda o hacia la derecha, se “quitan o se añaden ceros” .

- \* Una alternativa mejor (conecta con la “reducción a la unidad”):  
1 Hm son 100 metros, por tanto ...
- \* Comentario sobre didáctica: en muchos países, las unidades se introducen de forma paulatina. En el primer curso que se tratan, sólo metro, cm y Km.

# Peso y capacidad

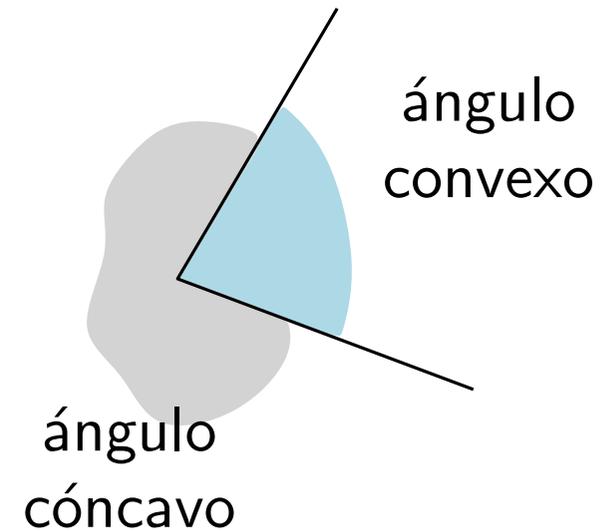
- \* Como en todo proceso de medida, hay dos etapas:
  - a) elegir una **unidad** de medida.
  - b) expresar las medidas en términos de la unidad.
  
- \* Secuencia metodológica (también común a la introducción de todo tipo de medidas):
  - 1)
    - a) Comparación directa de objetos.
    - b) Se utiliza una unidad de medida “no usual”.
    - c) Se elige una unidad de medida y se practica la medida en la escala correspondiente.
  - 2) Se introducen los múltiplos y submúltiplos de la unidad fundamental, y se aprende a cambiar de unidades.
  - 3) En cada etapa, se hacen problemas (de dificultad variada).

# Peso y capacidad

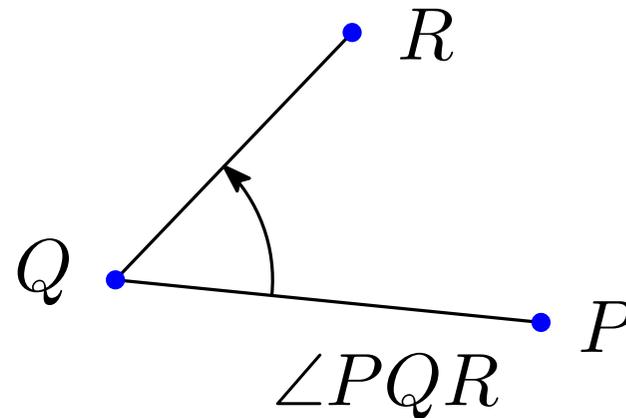
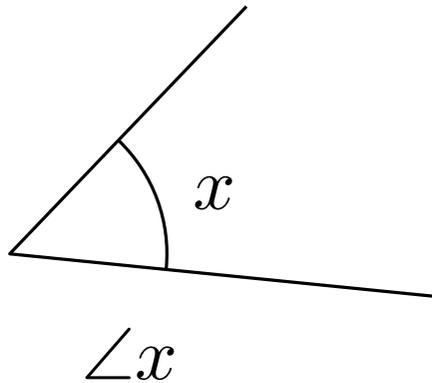
- \* Un juego de lógica con balanzas:  
<http://tinyurl.com/9cjuewh>
- \* Una propuesta detallada de cómo llevar a cabo las etapas anteriores, para una medida como el peso o la capacidad (en el estilo del libro de Parker, pág. 13 a 16) podría ser parte de la asignatura de Didáctica de las matemáticas.

# Ángulos

- \* Dos semirrectas con el extremo común dividen al plano en dos regiones (infinitas). La definición más usual en primaria es llamar ángulo a cada una de estas dos regiones.



- \* Notación:



# En un libro de 3º

## Los ángulos rectos, agudos y obtusos

Los ángulos pueden ser: rectos, agudos y obtusos.



ángulo agudo      ángulo recto      ángulo obtuso

Un ángulo **agudo** es menor que un ángulo recto.  
Un ángulo **obtusos** es mayor que un ángulo recto.

El cartabón tiene un **ángulo recto**.



- Utiliza el cartabón para saber qué clase de ángulos son:



- Dibuja, en un papel cuadrulado, un ángulo recto, uno agudo y uno obtuso.
- ¿Qué ángulo forman las agujas de estos relojes?

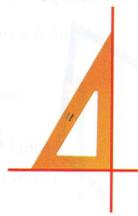


**CÁLCULO MENTAL.** Dobles:  $5 + 5$ ;  $7 + 7$ ;  $6 + 6$ ;  $8 + 8$ ;  $4 + 4$ ;  $9 + 9$ ;  $2 + 2$ ;  $3 + 3$ ;  $1 + 1$

57

## Rectas perpendiculares

Los brazos y las piernas del gimnasta son rectas **perpendiculares**.

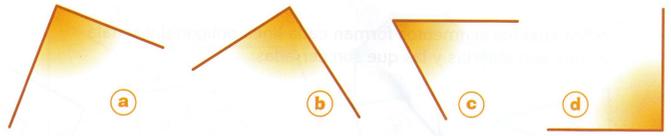


Comprueba que los cuatro ángulos que forman las dos líneas rojas son rectos.

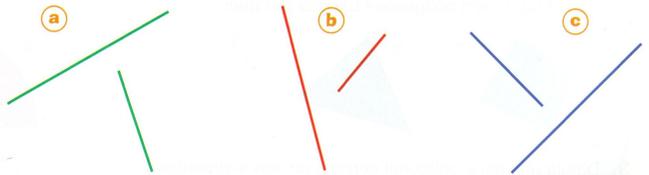


Las **rectas perpendiculares** se cortan formando ángulos rectos.

- Utiliza el cartabón y señala los ángulos que son rectos:



- Dibuja dos rectas perpendiculares en papel cuadrulado.
- Prolonga las líneas y señala las que son perpendiculares:



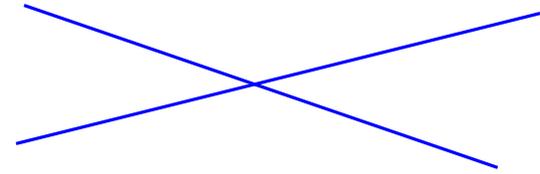
**CÁLCULO MENTAL.** Dobles menos mitad:  $10 - 5$ ;  $14 - 7$ ;  $12 - 6$ ;  $16 - 8$ ;  $8 - 4$ ;  $18 - 9$ ;  $6 - 3$

59

# Ángulo recto - Rectas perpendiculares

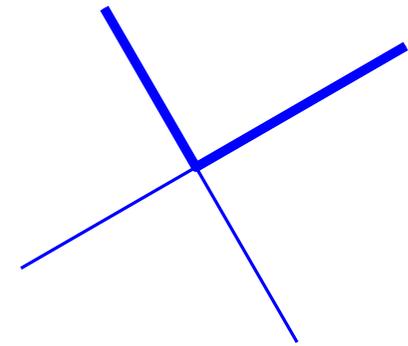
\* ¿Cómo se puede definir el concepto de **rectas perpendiculares**?

\* Dos rectas que se cortan definen cuatro ángulos.



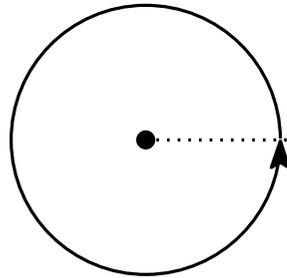
\* Se dice que dos rectas son **perpendiculares** si los cuatro ángulos que definen son iguales.

\* Un **ángulo recto** es el formado por dos rectas perpendiculares.

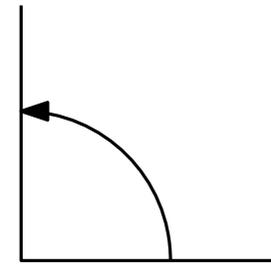


# Medida de ángulos

- \* Como siempre, debemos empezar eligiendo la unidad.
- \* Una opción podría ser tomar el “giro completo” como unidad.



un giro completo

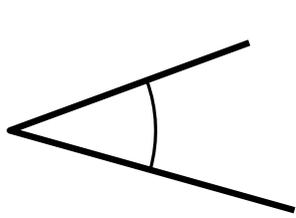


ángulo recto  $\rightarrow$   $1/4$  de giro

- \* Lo más usual: tomar como unidad  $\frac{1}{360}$  del giro completo. A esta unidad se le llama **grado**.
- \* Los ángulos se miden con el **transportador**. Es importante asegurarse de que los niños aprenden a utilizarlo correctamente.

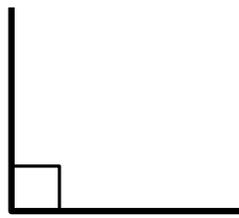
# Tipos de ángulos

1 grado



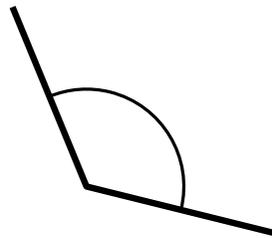
ángulo  
agudo

$< 90^\circ$



ángulo  
recto

$90^\circ$



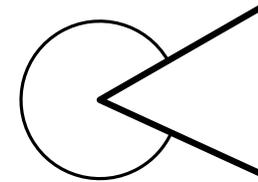
ángulo  
obtusos

Entre  $90^\circ$   
y  $180^\circ$



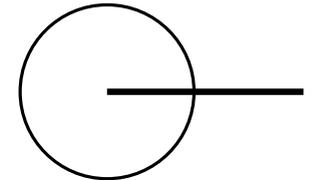
ángulo  
llano

$180^\circ$



ángulo  
cóncavo

Entre  $180^\circ$   
y  $360^\circ$

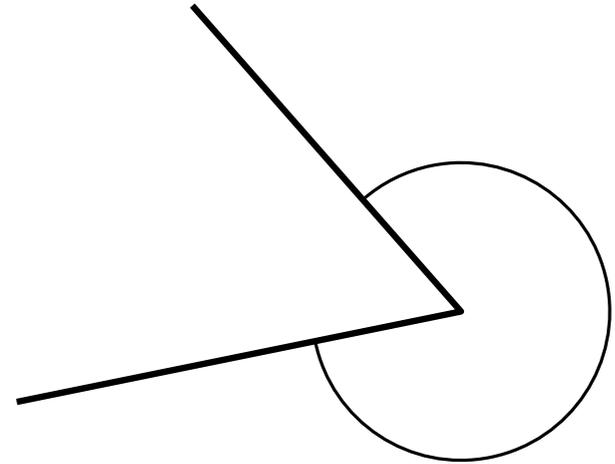
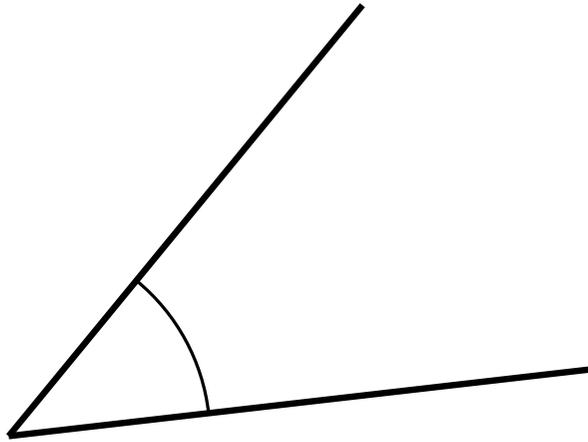


ángulo  
completo

$360^\circ$

# Medida de ángulos con el transportador

- \* Hay que dedicarle el tiempo necesario para que los niños manejen correctamente el transportador.



- \* Mide estos ángulos.

# Rectas paralelas y perpendiculares.

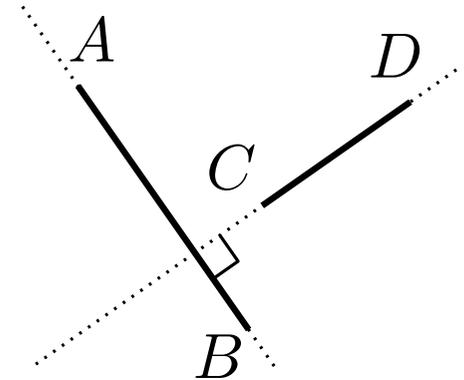
- \* La geometría en primaria se centra en el estudio de las propiedades de los objetos geométricos básicos, y la relación entre las diferentes medidas (longitud, área, ángulos, volumen).
- \* Aunque no hagamos demostraciones formales, es esencial que el maestro sea capaz de argumentar de forma convincente las propiedades básicas.
- \* Para poder argumentar de forma clara es esencial apoyarse en definiciones precisas.

# Paralelismo y perpendicularidad (p. 29)

- \* Dos rectas son **perpendiculares** si se cortan formando cuatro ángulos iguales (por tanto, cada uno mide  $90^\circ$ ).

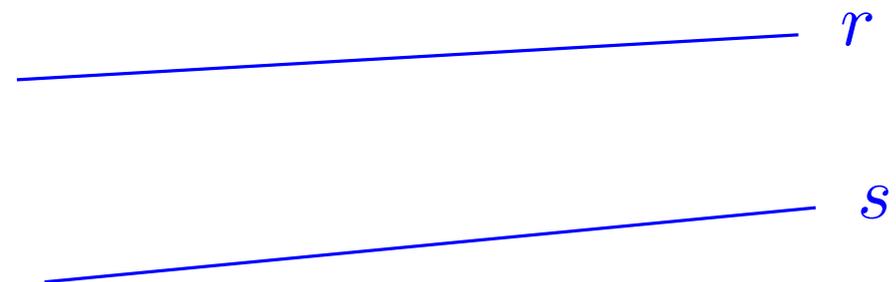
Dos segmentos o semirrectas son **perpendiculares** si las rectas que los contienen son perpendiculares.

Notación:  $AB \perp CD$ .



- \* Dos rectas son **paralelas** si no se cortan.
- \* Obs: esta definición puede ser problemática en algunas situaciones.

¿Son paralelas  $r$  y  $s$ ?



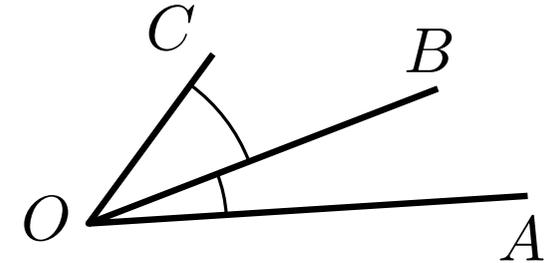
# Rectas paralelas

- \* Una definición alternativa: dos rectas son **paralelas** si existe una recta que es perpendicular a ambas.
- \* Notación: si  $r$  y  $s$  son rectas paralelas, escribiremos  $r \parallel s$ .
- \* Es importante que **desde el principio** los niños practiquen el dibujo de rectas paralelas y perpendiculares utilizando la escuadra y el cartabón.

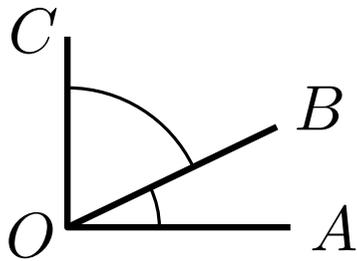
Nosotros lo haremos en la clase de prácticas.

# Ángulos: definiciones básicas (p. 23)

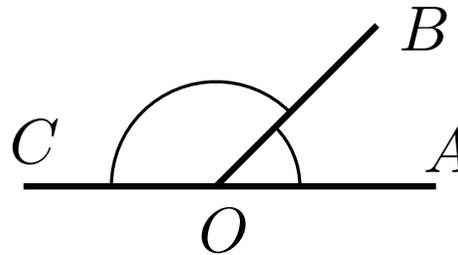
- \* Dos ángulos son **adyacentes** si sus interiores no se cortan y comparten el vértice y uno de los lados.



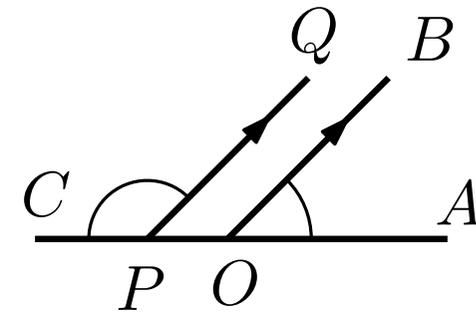
- \* Dos ángulos son **congruentes** si miden lo mismo.
- \* Dos ángulos son **complementarios** si la suma de sus medidas es  $90^\circ$ . Dos ángulos son **suplementarios** si la suma de sus medidas es  $180^\circ$ .



complementarios



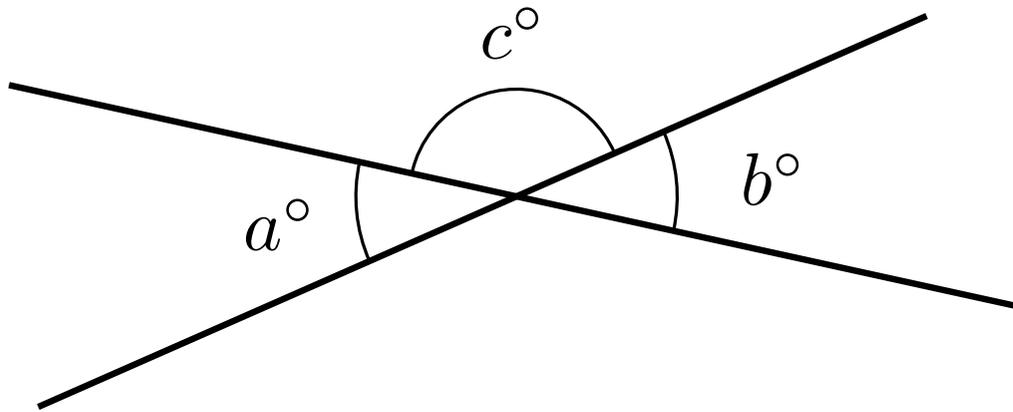
suplementarios



- \* La **bisectriz** de un ángulo es la semirrecta que lo divide en dos ángulos congruentes.

## Una primera propiedad (p. 28)

- \* Dos rectas que se cortan definen cuatro ángulos. Dos de esos ángulos, no consecutivos, se dice que son **opuestos por el vértice**.



- \* **Propiedad:** Dos ángulos opuestos por el vértice son congruentes (miden lo mismo).

# Ángulos y rectas paralelas (p. 62)

\* Consideremos dos rectas  $r$  y  $s$ , y una tercera recta  $t$  que corta a las dos.

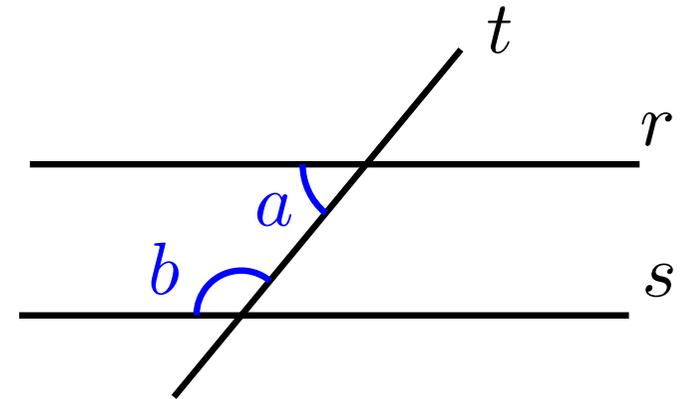
\* La suma de los ángulos  $a$  y  $b$  determina cómo son  $r$  y  $s$ .

\* En concreto:

★  $a + b = 180^\circ \iff r$  y  $s$  son paralelas

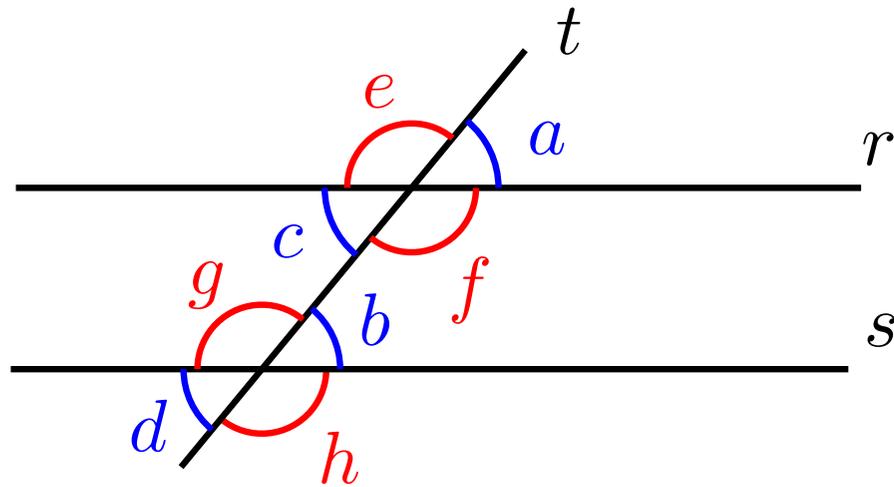
★  $a + b < 180^\circ \iff r$  y  $s$  se cortan “a la izquierda”

★  $a + b > 180^\circ \iff r$  y  $s$  se cortan “a la derecha”



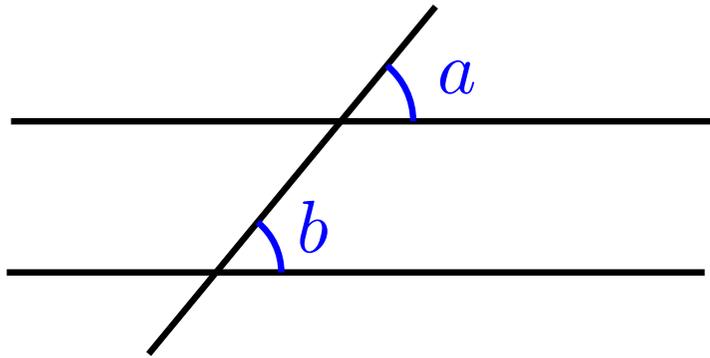
# Ángulos y rectas paralelas

- \* En la configuración de la figura ( $r$  y  $s$  paralelas,  $t$  transversal), hay un total de ocho ángulos.



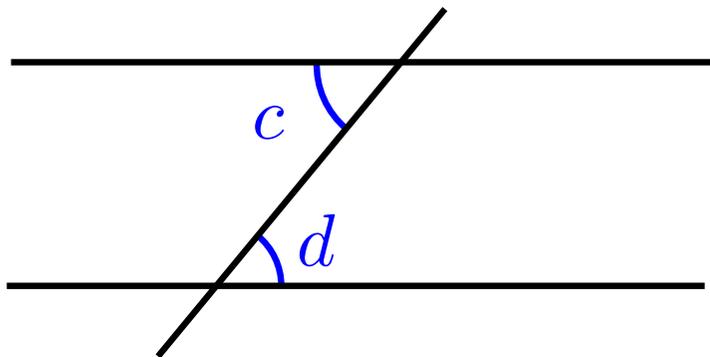
- \*  $a = b = c = d$   
 $e = f = g = h$

# Ángulos y rectas paralelas



\* Diremos que los ángulos  $a$  y  $b$  son **correspondientes**.

\* Dos ángulos correspondientes son congruentes (miden lo mismo).



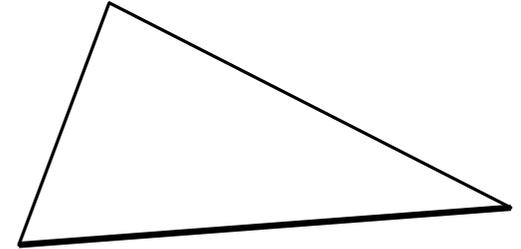
\* Diremos que los ángulos  $c$  y  $d$  son **alternos-internos**.

\* Dos ángulos alternos-internos son congruentes (miden lo mismo).

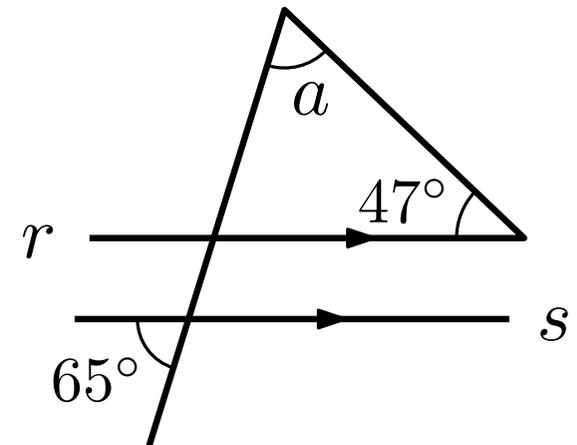
# Ejercicios

- \* Demuestra que los ángulos de cualquier triángulo suman  $180^\circ$ .

Indicación: considera un lado, y una recta paralela a ese lado que pase por el vértice opuesto.

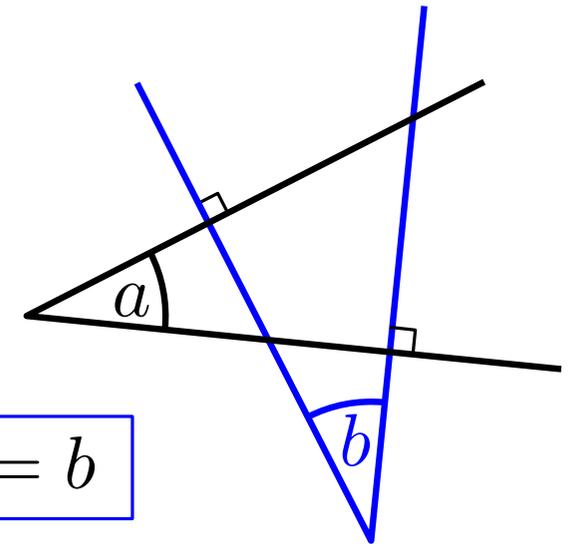


- \* Utilizando el ejercicio anterior, y sabiendo que las rectas  $r$  y  $s$  son paralelas, calcula la medida del ángulo  $a$  de la figura.



# Ángulos y perpendiculares

- \* Si las semirrectas que definen dos ángulos son **perpendiculares dos a dos**, entonces los ángulos son iguales.



- \* Problema: sabiendo que  $r$  y  $s$  son paralelas, determina el ángulo  $a$  de la figura.

