Matemáticas II

10 de noviembre de 2016

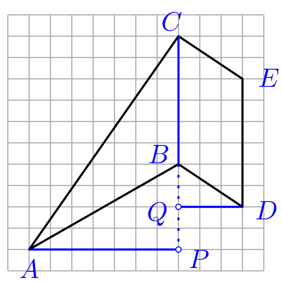
Apellidos: ______________________ Nombre: ______________

Observaciones:

a) Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**.

b) Todos los problemas puntúan por igual. En cada problema, **la resolución se valora con el** 60 %**, y la explicación con el restante** 40 %.

1. Calcula el área del pentágono de la figura, tomando como unidad el lado de los cuadrados de la malla. Lo debes hacer dividiendo el pentágono en, como mucho, dos partes. (En este ejercicio no está permitido usar el Teorema de Pitágoras).



En el triángulo ABC, si tomamos como base BC la altura es $|AP| = 7$. Por tanto,

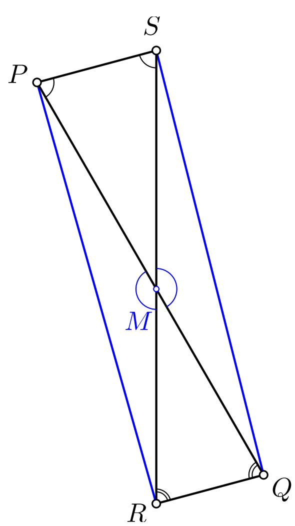
$$\text{Area}(ABC) = \frac{|BC| \times |AP|}{2} = \frac{6 \times 7}{2} = 21$$

En el paralelogramo de vértices $BDEC$ si consideramos la base BC la altura es $|DQ| = 3$. Por tanto, su área será

$$\text{Area}(BDEC) = 6 \times 3 = 18$$

Sumando, el área del pentágono es $A = 21 + 18 = 39\ \text{u}^2$.

2. En la figura, sabemos que $\angle QPS = \angle PSR$ y que $\angle QRS = \angle PQR$. Demuestra que $|PR| = |SQ|$.



1. $\angle QPS = \angle PSR$, el triángulo $\triangle MSP$ es isósceles y $|MP| = |MS|$.
2. De forma similar, como $\angle QRS = \angle PQR$, el triángulo $\triangle MRQ$ es isósceles y $|MR| = |MQ|$.
3. Ojo: los triángulos $\triangle MSP$ y $\triangle MRQ$ **no** son congruentes.
4. Veamos que $\triangle RMP$ y $\triangle QMS$ son congruentes:

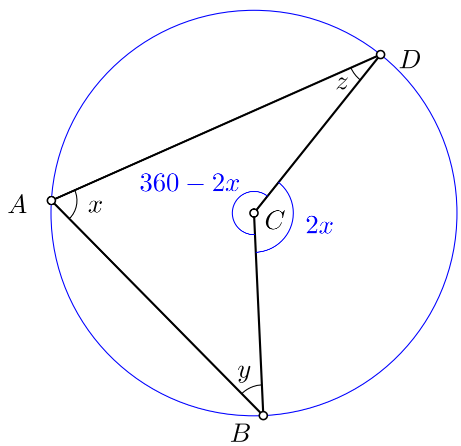
   (a) $|MR| = |MQ|$ (visto en 2).

   (b) $\angle PMR = \angle QMS$ (son ángulos opuestos por el vértice).

   (c) $|MP| = |MS$ (visto en 1).

   Por tanto, el criterio LAL asegura que $\triangle RMP \cong \triangle QMS$, de donde deducimos que $|PR| = |QS|$.

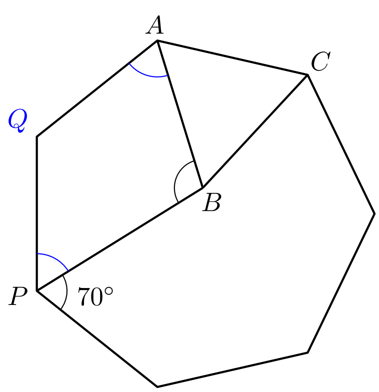
3. Sabiendo que en el cuadrilátero de la figura los vértices A, B y D están en una circunferencia con centro en C, demuestra que $x = y + z$.



1. $\angle BCD = 2x$ ya que es el ángulo central correspondiente al ángulo inscrito $\angle BAD$.
2. Por tanto, $\angle DCA = 360 - 2x$, ya que forma con el anterior un ángulo completo.
3. Como los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero suman 360°, tenemos que

$$x + y + z + (360 - 2x) = 360 \quad \rightarrow \quad x = y + z$$

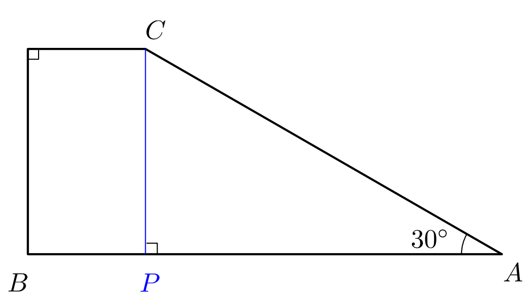
4. Sabiendo que el heptágono de la figura es regular, y que el triángulo ABC es equilátero, determina la medida del ángulo $\angle ABP$.



1. La suma de los ángulos internos de un heptágono es $5 \times 180 = 900°$. Como el heptágono es regular, cada ángulo mide $\dfrac{900}{7} \approx 128{,}6°$.
2. Como $\triangle ABC$ es equilátero, $\angle BAC = 60°$ y $\angle QAB = 128,6 - 60 = 68{,}6°$.
3. También conocemos ya $\angle BPQ$: $\angle BPQ = 128{,}6 - 70 = 58{,}6°$.
4. Finalmente, como los ángulos del cuadrilátero de vértices $PBAQ$ suman 360°,

$$58{,}6 + 68{,}6 + 128{,}6 + \angle ABP = 360 \quad \rightarrow \quad \angle ABP = 104{,}2°$$

5. Sabiendo que $|AB| = 7$ cm, $|AC| = 6$ cm y $\angle CAB = 30°$, calcula el área del trapecio de la figura.



1. Si consideramos el segmento CP, perpendicular a AB, observamos que $\triangle ACP$ es un triángulo $30 - 60 - 90$. Por tanto, $|CP| = \dfrac{|AC|}{2} = 3$.
2. Aplicando el Teorema de Pitágoras a este mismo triángulo podemos obtener el cateto $|AP|$:

$$|AP|^2 = |AC|^2 - |CP|^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \rightarrow |AP| = \sqrt{27} \approx 5{,}2$$

3. Por tanto, $|BP| = 7 - 5{,}2 = 1{,}8$ y ya conocemos todas las medidas necesarias para calcular el área del trapecio. Por ejemplo, descomponiéndolo en un rectángulo y el triángulo $\triangle APC$:

$$\text{Área} = 1{,}8 \times 3 + \frac{5{,}2 \times 3}{2} = 13{,}2 \text{ cm}^2$$