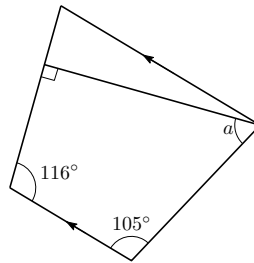


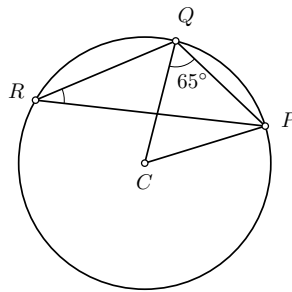
Problemas de repaso

1. Calcula la medida del ángulo  $a$  de la figura.



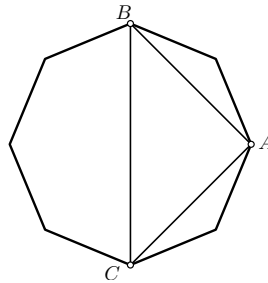
Sol:  $a = 49^\circ$ .

2. Sabiendo que los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  están sobre una circunferencia de centro  $C$ , determina la medida del ángulo  $\angle PRQ$  de la figura.

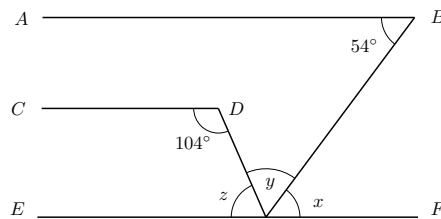


Sol:  $\angle PRQ = 25^\circ$ .

3. Sabiendo que el octógono de la figura es regular, demuestra que el triángulo  $ABC$  es rectángulo.

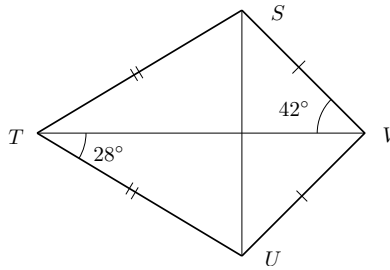


4. En la figura, las rectas  $AB$ ,  $CD$  y  $EF$  son paralelas. Determina la medida de los ángulos  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .



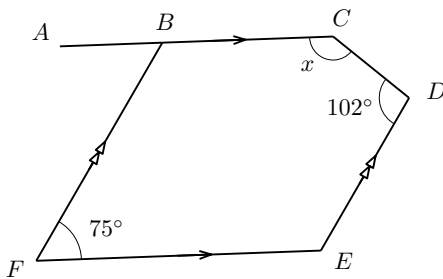
Sol:  $x = 54^\circ$ ,  $y = 50^\circ$ ,  $z = 76^\circ$ .

5. Sabiendo que el polígono de la figura es un cuadrilátero cometa, calcula la medida del ángulo  $\angle VUT$ .

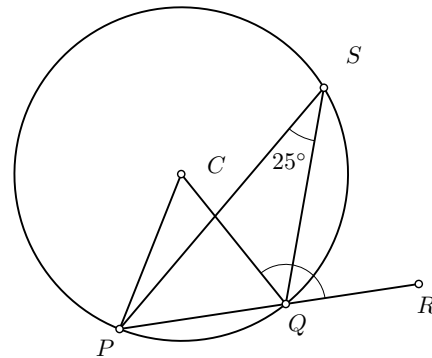


Sol:  $\angle VUT = 110^\circ$ ,

6. a) En la figura (a), el segmento  $ABC$  es paralelo al segmento  $FE$  y el segmento  $FB$  es paralelo al segmento  $ED$ . Determina la medida del ángulo  $\angle BCD$ .  
 b) Sabiendo que los puntos  $P, Q$  y  $R$  están alineados, que los puntos  $P, Q$  y  $S$  están en una circunferencia de centro  $C$  y que  $\angle PSQ = 25^\circ$  determina la medida de  $\angle RQC$ .



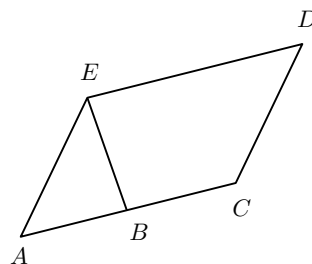
(a)



(b)

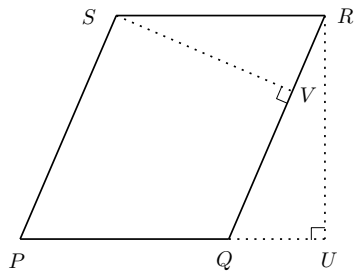
Sol: a)  $x = 153^\circ$     b)  $\angle RQC = 115^\circ$

7. Demuestra que en cualquier paralelogramo los lados opuestos tienen la misma longitud.  
 8. Demuestra que si los segmentos  $AB$  y  $CD$  miden lo mismo y son paralelos entonces  $ABCD$  es un paralelogramo.  
 9. En el paralelogramo  $ACDE$  de la figura, sabemos que  $|AC| = 30$  y  $|BC| = 17$ . Calcula el área del paralelogramo sabiendo que el área del triángulo  $ABE$  es 104.

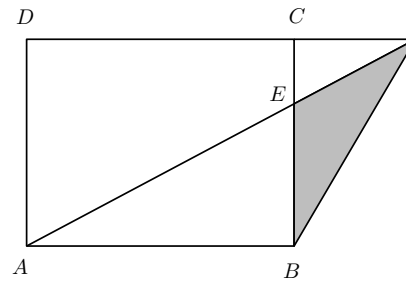


Sol:  $\text{Área}(ACDE) = 480$

10. a) El cuadrilátero  $PQRS$  de la figura es un paralelogramo. Si  $|PQ| = 11$ ,  $|RU| = 12$  y  $|QR| = 13$ , ¿cuánto mide el segmento  $SV$ ?
- b) El rectángulo  $ABCD$  de la figura (b) tiene área  $108 \text{ m}^2$ . Calcula el área del triángulo sombreado sabiendo que  $|AB| = 12 \text{ m}$  y  $|BE| = 6 \text{ m}$ . (Este ejercicio se puede hacer de dos formas: usando los teoremas del tema 4, y sin usarlos).



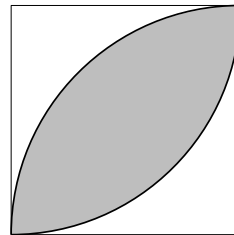
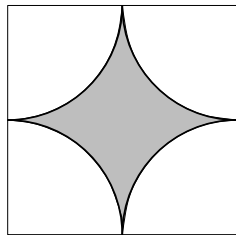
(a)



(b)

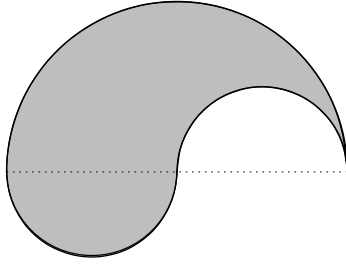
Sol: a)  $|SV| = \frac{132}{13}$ , b)  $18 \text{ m}^2$

11. En la figura, los cuadrados tienen  $10 \text{ cm}$  de lado, y las curvas son arcos de circunferencias del mismo radio y con centro en los vértices del cuadrado. Calcula el perímetro y el área de las regiones sombreadas. Da la solución de forma exacta.



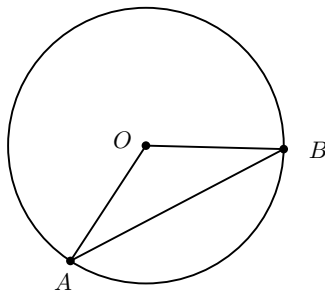
Sol: Izquierda:  $P = 10\pi \text{ cm}$ ,  $A = 100 - 25\pi \text{ cm}^2$ . Derecha:  $P = 10\pi \text{ cm}$ ,  $A = 50(\pi - 2) \text{ cm}^2$ .

12. El contorno de la figura está formado por tres semicircunferencias: una mayor y dos más pequeñas, iguales. Sabiendo que el perímetro de la región sombreada es de  $20\pi$ ,
- a) calcula el radio de la semicircunferencia mayor.
- b) calcula el área de la región sombreada.



Sol: a)  $r = 10$ .      b)  $A = 50\pi$ .

13. Sabiendo que los puntos  $A$  y  $B$  están en una circunferencia de centro  $O$  y radio 10 m, y que  $\angle AOB = 120^\circ$ , calcula  $|AB|$ .

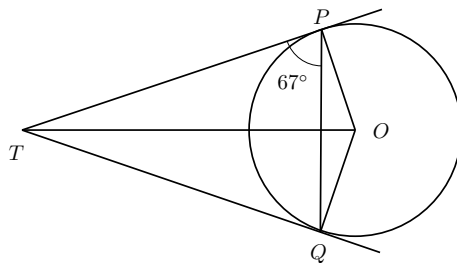


Sol:  $|AB| = 2\sqrt{75}$  m.

14. En una piscina en calma colocamos una boya atada al fondo. Al día siguiente, el nivel del agua ha bajado 10 cm, y un fuerte viento ha desplazado la boya 50 cm (sigue atada al mismo punto del fondo). ¿Cuál era la profundidad de la piscina el primer día? (Para este problema se puede utilizar álgebra).

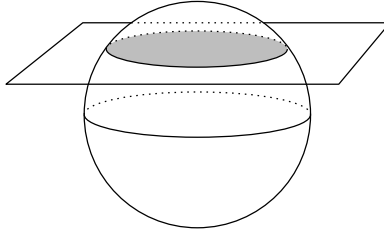
Sol: 130 cm

15. Sabiendo que  $TP$  y  $TQ$  son tangentes a la circunferencia y que  $\angle TPQ = 67^\circ$ , calcula la medida de  $\angle PTQ$  y  $\angle POT$ .



Sol:  $\angle PTQ = 46^\circ$        $\angle POT = 67^\circ$

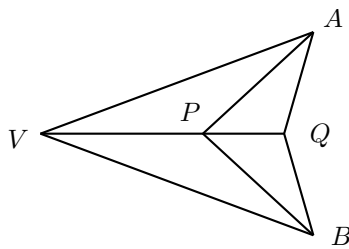
16. Una esfera de radio 10 cm se corta por un plano que está a distancia 6 cm del centro de la esfera. Calcula el área del círculo que ha producido el corte (sombreado en la figura).



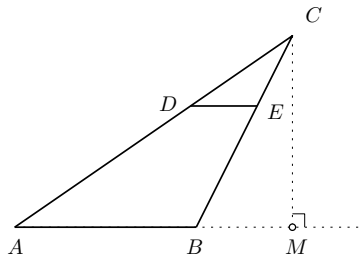
Sol:  $64\pi \text{ cm}^2$ .

17. En la figura,  $|AV| = |BV|$  y  $|AP| = |BP|$ . Demuestra que:

- a)  $\angle APV = \angle BPV$       b)  $|AQ| = |BQ|$

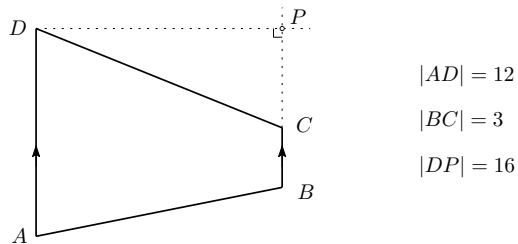


18. Sabiendo que  $DE$  y  $AB$  son paralelos, que el área del triángulo  $ABC$  es  $108 \text{ m}^2$ , el área del triángulo  $DEC$  es  $12 \text{ m}^2$  y  $|CM| = 18 \text{ m}$ , calcula la altura del triángulo  $DEC$  relativa a la base  $DE$ .



Sol:  $h = 6 \text{ m}$

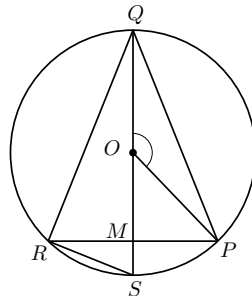
19. Calcula el área del cuadrilátero  $ABCD$  de la figura.



Sol:  $A = 120$

20. En la figura se muestra una circunferencia con centro en  $O$ . Sabemos que el diámetro  $QS$  corta a la cuerda  $PR$  en el punto  $M$ , que es el punto medio de la cuerda. Si  $\angle POQ = 136^\circ$ , calcula:
- a)  $\angle PRQ$       b)  $\angle RPQ$       c)  $\angle RSQ$

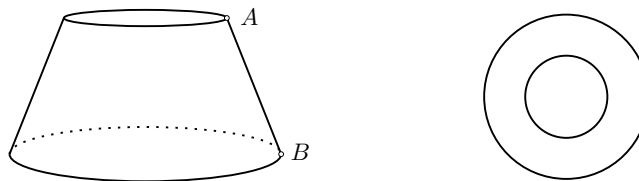
Debes justificar adecuadamente los pasos del razonamiento.



Sol: los tres miden  $68^\circ$ .

21. En la figura de la izquierda se muestra un tronco de cono. La figura de la derecha es la vista desde arriba, donde se ve que las bases son dos círculos (cuyos centros coinciden al verlos desde arriba) y de radios 5 cm y 10 cm. Sabemos además que  $|AB| = 13$  cm. Se pide:

- a) el área lateral del tronco de cono.  
 b) el volumen aproximado del tronco de cono, en litros.



Sol: a)  $A_l = 195\pi \text{ cm}^2$       b)  $V \approx 2,2$  litros

22. a) Metemos un cilindro de radio  $r$  y altura  $5r$  en la caja con forma de prisma más pequeña que lo contiene. ¿Qué fracción del volumen del prisma está ocupada por el cilindro?
- b) Metemos una esfera de radio  $r$  en la caja con forma de prisma más pequeña que lo contiene. ¿Qué fracción del volumen del prisma está ocupada por la esfera?

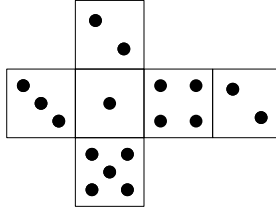
Sol: a)  $\pi/4$       b)  $\pi/6$

23. Se tira un dado como el de la figura, y otro normal y se consideran los sucesos

$A \equiv$  "la suma obtenida es 6"

$B \equiv$  "en al menos uno de los dados sale un número par".

- a) Calcula la probabilidad de los sucesos  $A$  y  $B$ .  
 b) Calcula  $P(A \cap B)$  y  $P(A \cup B)$ .



Sol: a)  $P(A) = 1/6$ ,  $P(B) = 3/4$ .  $P(A \cap B) = 1/12$ ,  $P(A \cup B) = 5/6$ .

24. Tiramos 4 monedas al aire y consideramos los sucesos:

$A \equiv$  "sale al menos 1 cara"

$B \equiv$  "salen al menos 2 cruces"

a) Calcula la probabilidad del suceso  $A$  y la del suceso  $B$ .

b) Describe los sucesos  $A \cup B$  y  $A \cap B$  y calcula sus probabilidades.

Sol: a)  $P(A) = 15/16$ ,  $P(B) = 11/16$ . b)  $P(A \cap B) = 5/8$ ,  $P(A \cup B) = 1$ .

25. En una caja tenemos 6 bolas azules, numeradas del 1 al 6, y en otra caja tenemos 5 bolas rojas, numeradas del 1 al 5. Sacamos al azar una bola de cada caja y consideramos los sucesos:

$A \equiv$  "el número de la bola roja es mayor que 3"

$B \equiv$  "la suma de los dos números es menor que 7"

a) Calcula  $P(A \cap B)$  y  $P(A \cup B)$ .

b) Si sacamos dos bolas azules seguidas (de la misma caja, sin reemplazamiento), ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los dos números sea menor que 6?

Sol: a)  $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ . b)  $\frac{4}{15}$ .

26. Tenemos una caja con 7 bolas blancas y 3 bolas negras. Extraemos dos bolas al azar (sin reemplazamiento).

Considera los sucesos

$A \equiv$  "al menos una de las bolas es negra"

$B \equiv$  "las dos bolas son del mismo color"

Calcula  $P(A)$ ,  $P(B)$  y  $P(A \cup B)$ .

Sol:  $P(A) = \frac{8}{15}$ ,  $P(B) = \frac{8}{15}$ ,  $P(A \cup B) = 1$ .